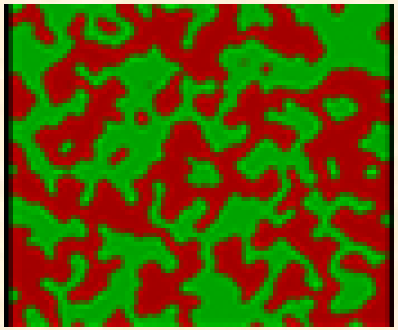
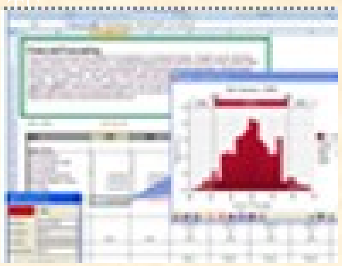
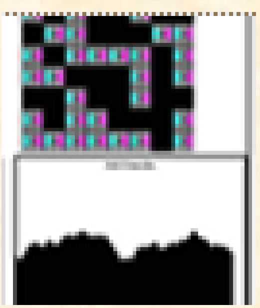
Szimuláció II.

Elemi modellek





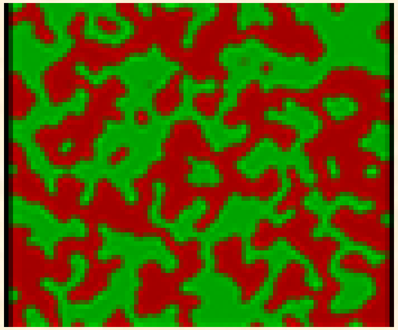


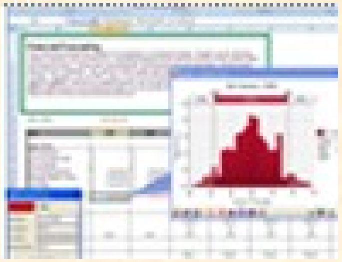
Adott egy NxM-es táblázat. Helyezzünk el benne kétféle elemet (A,B betűk) adott arányban, üres hely nincs! Az elemi modellekben mindig két populációval foglalkozunk (A,B).

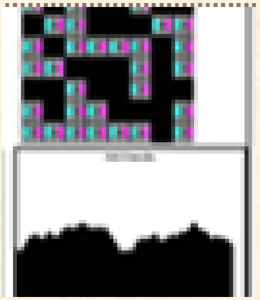
Jelenségek:

- születés (üres helyre egy egyedet elhelyezünk);
- halálozás (egy egyedet megszüntetünk, üreset teszünk a helyére).

Elemi modellek







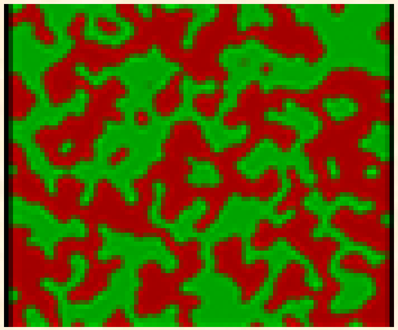
Minden szimulációs lépésben pontosan egy halálozás és egy születés lesz.

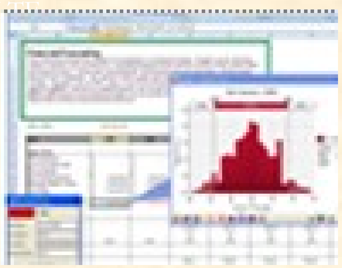
A kétféle betűre mindig ugyanazt a szabályt alkalmazzuk.

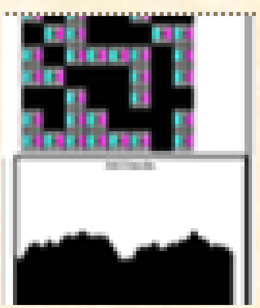
- ***S_0 - indifferens stratégia***

  A születések (halálozások) gyakorisága független a populáció létszámától.

Elemi modellek







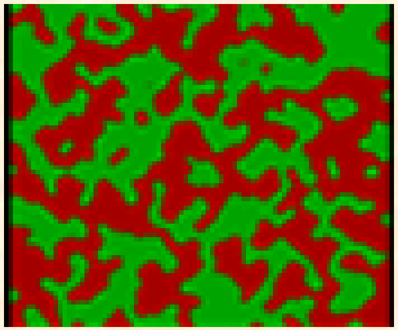
- ***S_+ - konform stratégia***

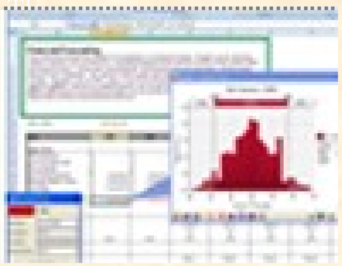
  A születések (halálozások) gyakorisága arányos a populáció létszámával. Születés esetén létszámingadozást erősítő, halálozás esetén stabilizáló szerepe van az ilyen stratégiának.

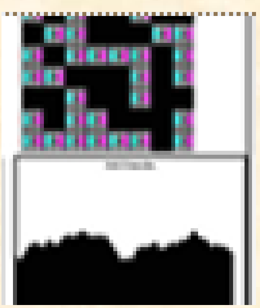
- ***S_ - kontra stratégia***

  A születések (halálozások) gyakorisága fordítottan arányos a populáció létszámával. Születés esetén stabilizáló, halálozás esetén ingadozást erősítő hatása van a kontra stratégiának.

Elemi modellek







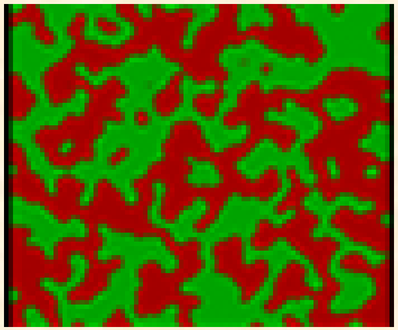
1. elemi modell (S_0-S_0)

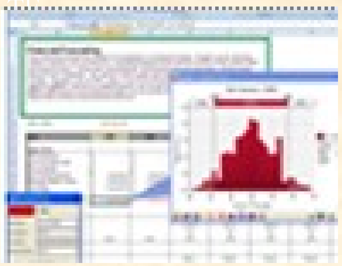
```
Szimulációs lépés:
   Ha véletlenszám<0.5
         akkor  A-t cserél B-re
      különben B-t cserél A-ra
Eljárás vége.
```

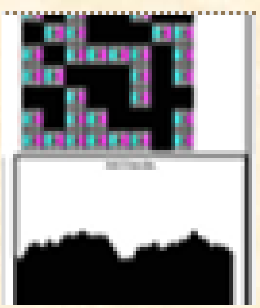
Megfigyelhető jelenségek:

- teljesen véletlen létszámingadozás egy-egy populáción belül,
- hosszú idő alatt átlagosan 50 százalékos a két betű előfordulási aránya,
- a betűk mennyiségének bármilyen eloszlása egyenlően valószínű.

Elemi modellek







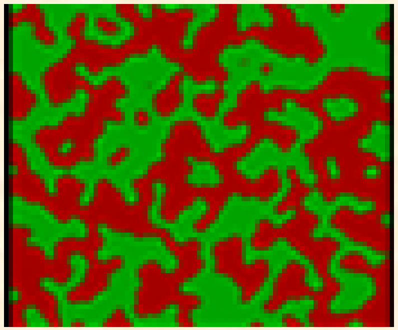
2. elemi modell (S_{-}-S_{+})

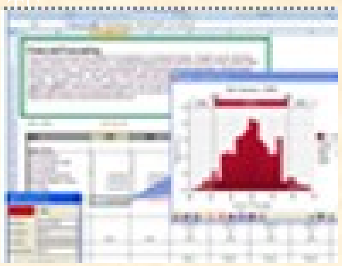
```
Szimulációs lépés:
 (I,J):=véletlen_hely(N,M)
 Ha Tábla(I,J)=”A”
        akkor  Tábla(I,J):=”B”
      különben Tábla(I,J):=”A”
Eljárás vége.
```

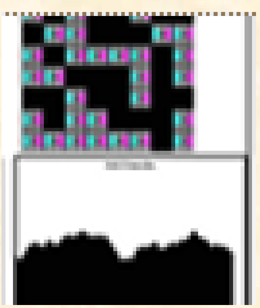
Megfigyelhető jelenségek:

- egyensúlyi állapot beállása független a kezdőeloszlástól,
- a kezdeti eloszlástól függ, hogy milyen gyorsan áll be az egyensúly.

Elemi modellek







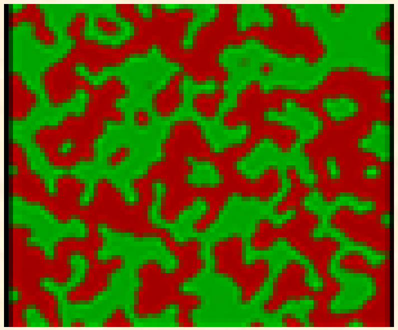
3. elemi modell (S_+-S_-)

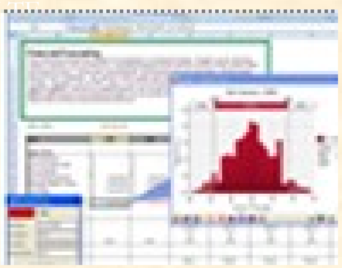
```
Szimulációs lépés:
 (I,J):=véletlen_hely(N,M)
 Ha Tábla(I,J)=”A”
          akkor  B-t cserél A-ra
       különben A-t cserél B-re
Eljárás vége.
```

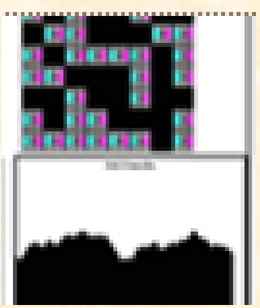
Megfigyelhető jelenségek:

- az egyenlő eloszlás instabil állapot, kis véletlenszerű ingadozással már eltérhetünk tőle,
- az egyenlő eloszlástól való bármilyen eltérés esetén ez az eltérés rohamosan növekszik, azaz már kis különbség is végzetes lehet.

Elemi modellek







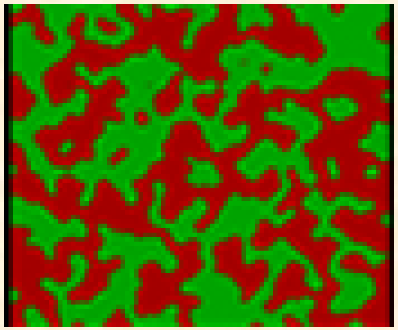
4. elemi modell (S_+-S_+)

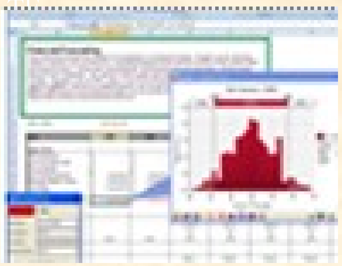
```
Szimulációs lépés:
  (I,J):=véletlen_hely(N,M)
  (K,L):=véletlen_hely(N,M)
 Tábla(I,J):=Tábla(K,L)
Eljárás vége.
```

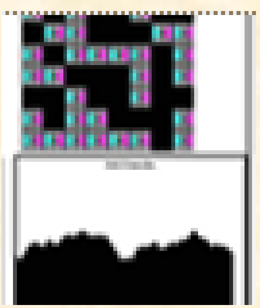
Megfigyelhető jelenségek:

- ???.

Elemi modellek



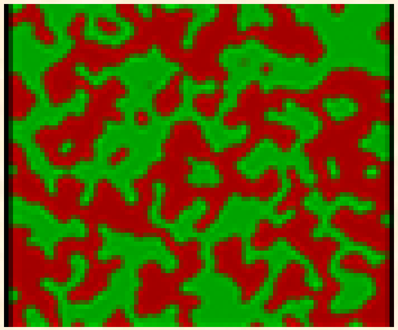


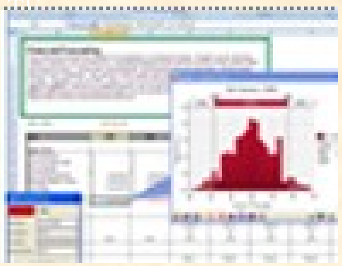


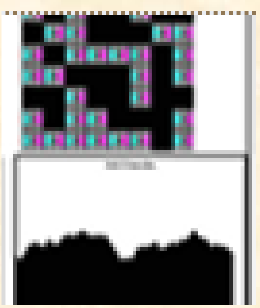
A várható eredményeket a populáció létszámára különböző születési és halálozási szabályok esetén a következő táblázat foglalja össze:

		Születés		
		S_+	S_0	S_-
Halálozás	S_+	?	stabil	Stabil
	S_0	instabil	szabálytalan	stabil
	S_-	instabil	instabil	?

Elemi növekedési modellek







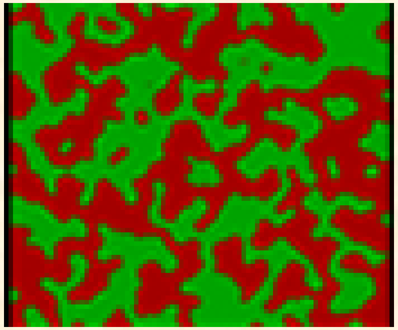
A következő elemi modellekkel a növekedés különböző típusait vizsgáljuk. Két esetet különböztetünk meg:

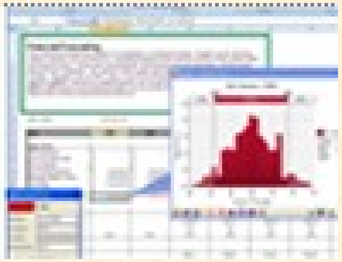
- **korlátlan növekedés,**
- **korlátozott növekedés.**

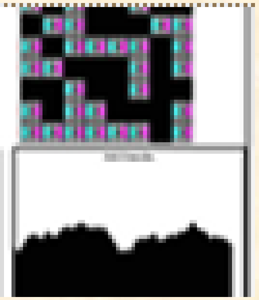
Mindkét növekedésfajta esetén újabb három lehetőséget nézünk meg:

- **lineáris növekedés,**
- **exponenciális növekedés,**
- **hiperbolikus növekedés.**

Elemi növekedési modellek: korlátlan







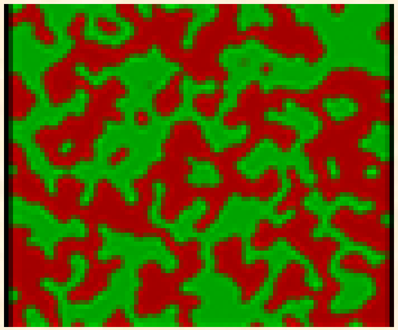
Korlátlan növekedés:

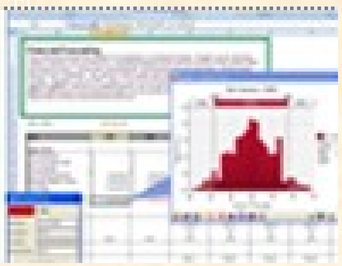
Jelölje X az egyedszámot, ΔX az egyedszám időegység alatti változását! Ekkor az egyes növekedéseket a következő függvények írják le:

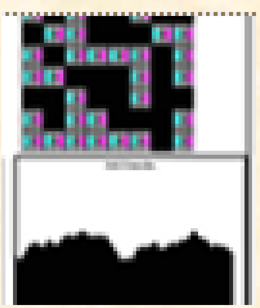
$$\Delta X = \begin{cases} P & \textit{lineáris} \\ P * X & \textit{exponenciális} \\ P * X^2 & \textit{hiperbolikus} \end{cases}$$

ahol P a növekedés ütemét jellemző állandó.

Elemi növekedési modellek: korlátlan







Ábrázolás:

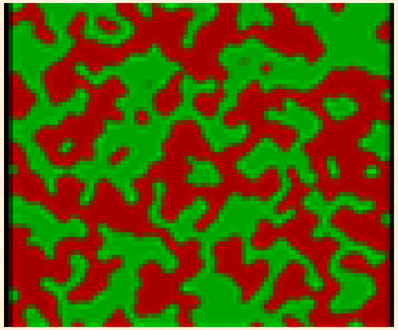
$$Tábla(i,j)=\begin{cases} A \\ üres \end{cases}$$

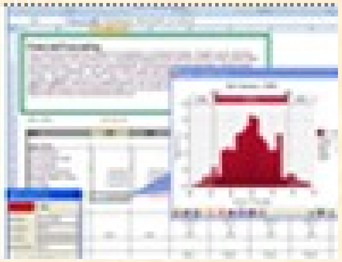
Születés: üres helyre A kerül.

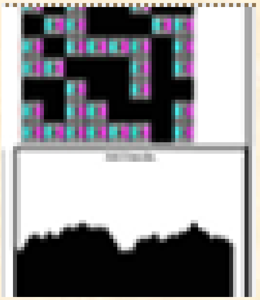
Halálozás: NINCS

Szimuláció vége: betelt a táblázat.

Elemi növekedési modellek: korlátlan



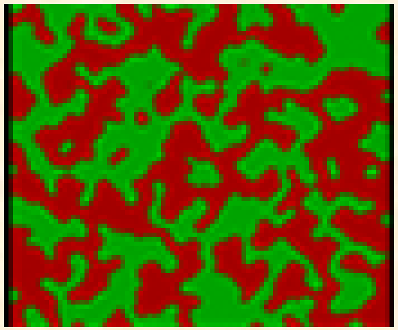


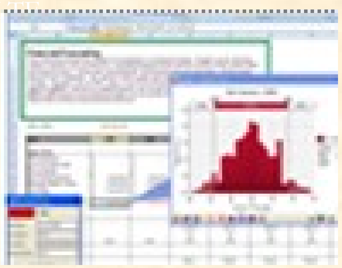


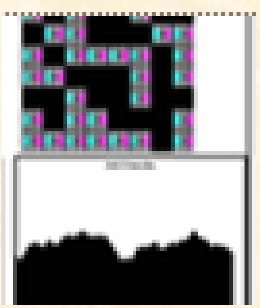
Feltételek:

- Egy időegység a táblázat méretének (N*M) megfelelő számú elemi lépés-nek felel meg.
- Egy lépésben átlagosan adott darab-számú egyedet kell a táblázatban elhelyezni.
- L paraméterű Poisson eloszlású vé-letlenszámokat használunk minden lépésben a konkrétan elhelyezendő egyedek számának meghatározására.

Elemi növekedési modellek: korlátlan

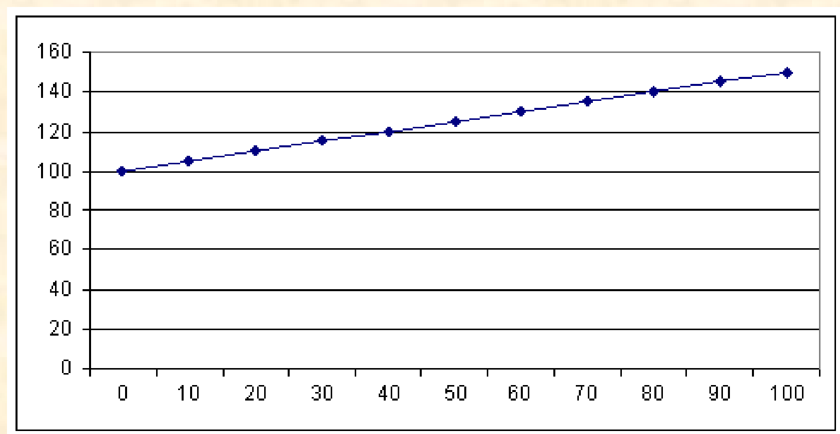




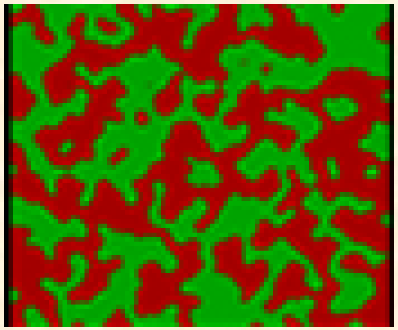


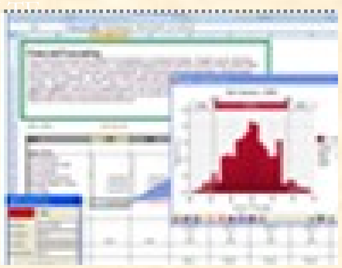
1/A: Lineáris növekedés

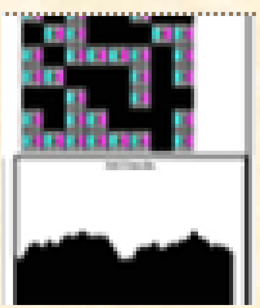
```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
  DB:=Poisson(P/(N*M))
  Ciklus L=1-től DB-ig
   Üres_hely_keresés(I,J)
   Tábla(I,J):="A"
  Ciklus vége
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```



Elemi növekedési modellek: korlátlan

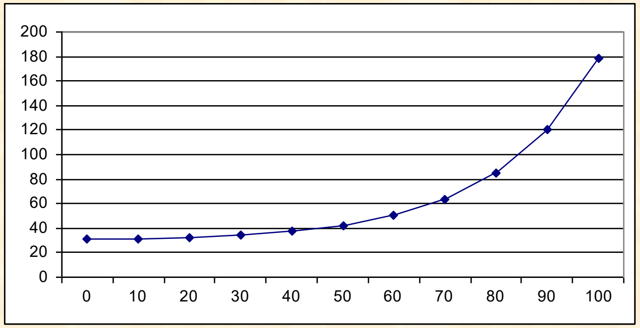




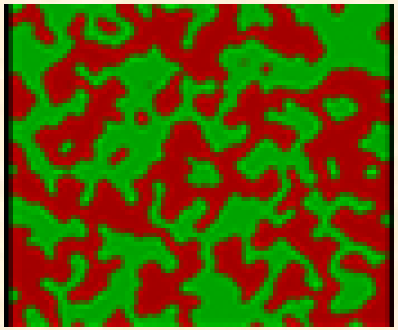


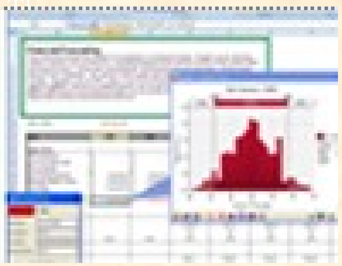
1/B: Exponenciális növekedés

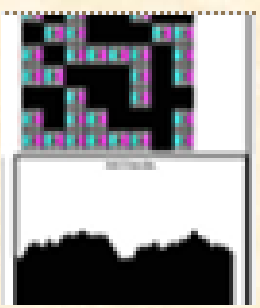
```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
  (I,J):=véletlen hely
  Ha Tábla(I,J)=”A”
   akkor DB:=Poisson(P)
         Ciklus L=1-től DB-ig
          Üres_hely_keresés(I,J)
          Tábla(I,J):=”A”
         Ciklus vége
  Elágazás vége
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```



Elemi növekedési modellek: korlátlan

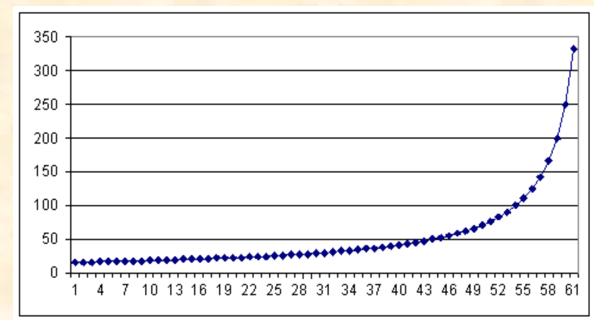




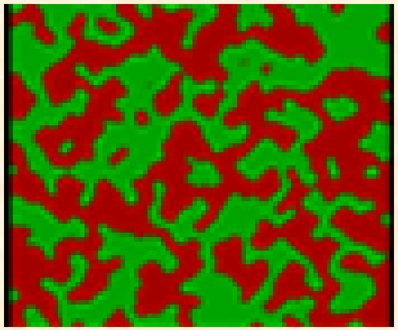


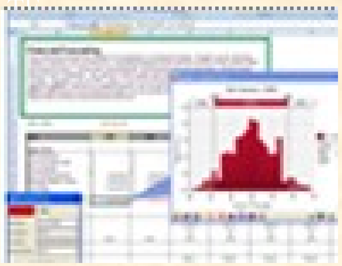
1/C: Hiperbolikus növekedés

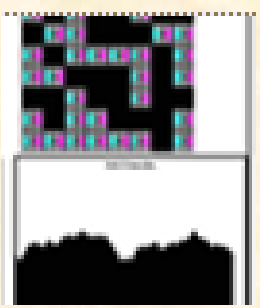
```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
   (I,J):=véletlen hely
   (A,B):=véletlen hely
   Ha Tábla(I,J)="A" és Tábla(A,B)="A"
      akkor DB:=Poisson(P*N*M)
            Ciklus L=1-től DB-ig
             Üres_hely_keresés(I,J)
             Tábla(I,J):="A"
            Ciklus vége
   Elágazás vége
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```



Elemi növekedési modellek: korlátozott







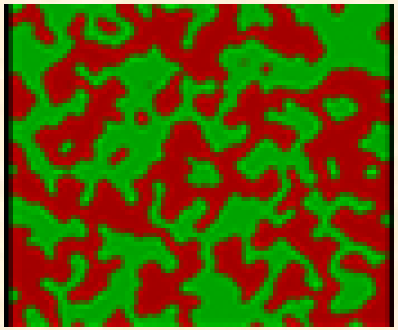
Korlátozott növekedés:

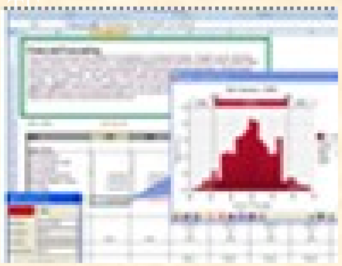
Jelölje X, Y az egyedszámot, ΔX, ΔY az egyedszám időegység alatti változását! Ekkor az egyes növekedéseket a követ-kező függvények írják le:

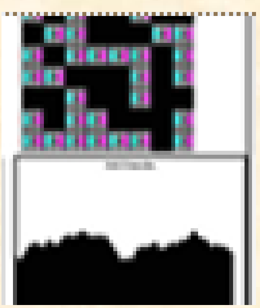
$$\Delta X = \begin{cases} P_1 \\ P_1 * X \\ P_1 * X^2 \end{cases} \qquad \Delta Y = \begin{cases} P_2 & \textit{lineáris}, \\ P_2 * Y & \textit{exponenciális}, \\ P_2 * Y^2 & \textit{hiperbolikus} \end{cases}$$

ahol P_1, P_2 a növekedés ütemét jellemző állandó. De csökkenés is van!!!!

Elemi növekedési modellek: korlátozott







Ábrázolás:

$$Tábla(i,j)=\begin{cases} A \\ B \\ üres \end{cases}$$

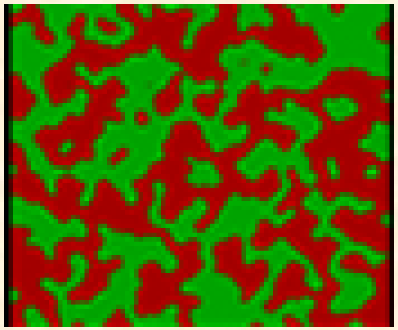
Születés: véletlenszerű helyre A vagy B kerül.

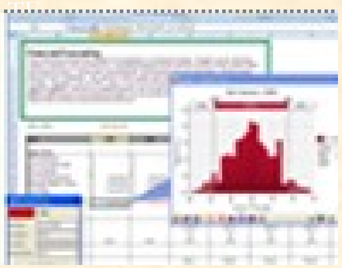
Halálozás: S_+ szabály szerint

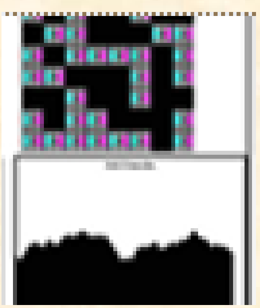
Szimuláció vége: egyensúlyi állapot?

Megjegyzés: X jelöli az A-k, Y pedig a B-k pillanatnyi számát.

Elemi növekedési modellek: korlátozott



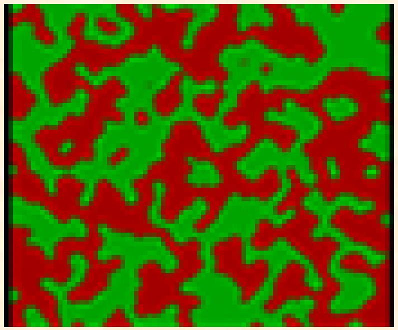


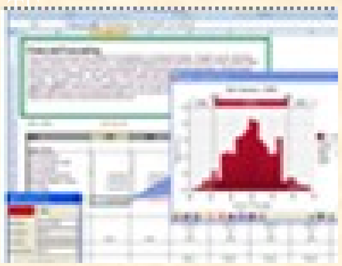


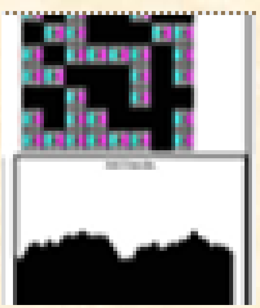
2/A: Lineáris növekedés

```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
  Növekedés(Poisson(P1/(N*M)),”A”)
  Növekedés(Poisson(P2/(N*M)),”B”)
  Ciklus vége
Eljárás vége.
Növekedés(DB,BETŰ)
 Ciklus L=1-től DB-ig
  (I,J):=Véletlen_hely(N,M)
  Tábla(I,J):=BETŰ
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```

Elemi növekedési modellek: korlátozott







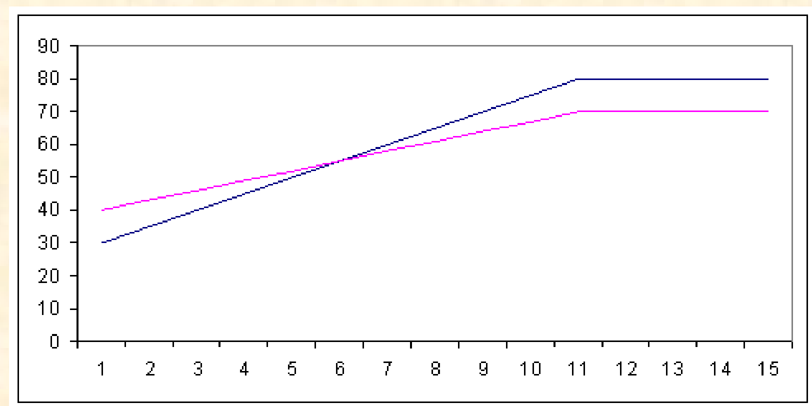
2/A: Lineáris növekedés

Az időegységenkénti növekedés várható értéke:

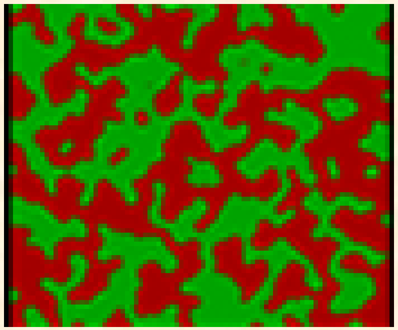
$$\Delta X = P_1 - \frac{P_1 * X}{N * M} - \frac{P_2 * X}{N * M}$$

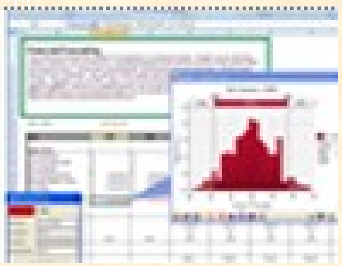
$\Delta X>0$, ha $\frac{P_1}{P_1 + P_2} > \frac{X}{N * M}$

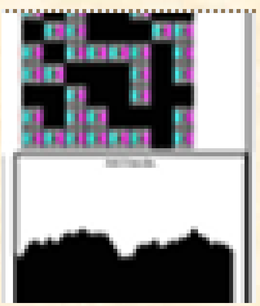
azaz a két betű aránya P_1 és P_2 arányától fog függni.



Elemi növekedési modellek: korlátozott



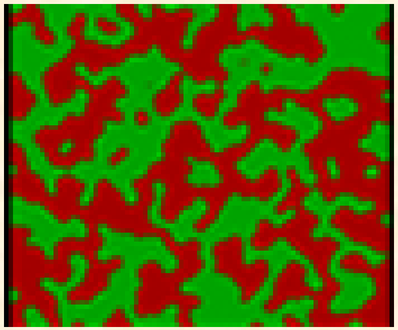


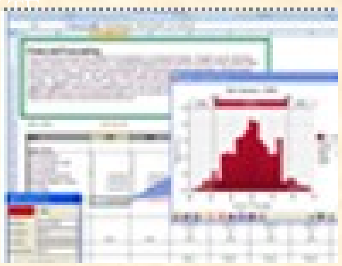


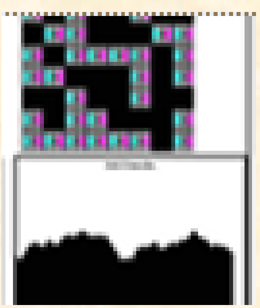
2/B: Exponenciális növekedés

```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
  (I,J):=véletlen hely
  Ha Tábla(I,J)=”A”
    akkor Növekedés(Poisson(P1),”A”)
  különben ha Tábla(I,J)=”B”
    akkor Növekedés(Poisson(P2),”B”)
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```

Elemi növekedési modellek: korlátozott





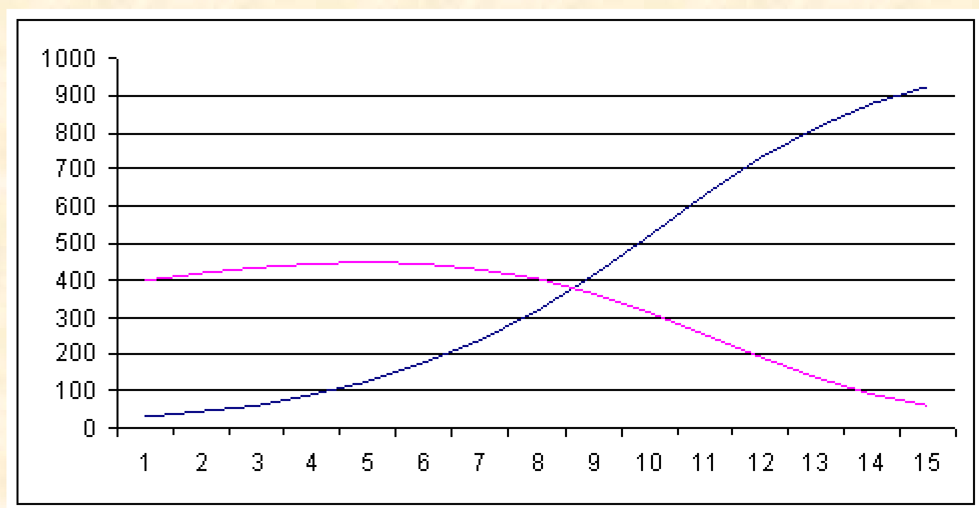


2/B: Exponenciális növekedés

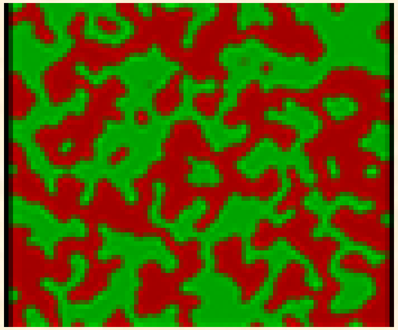
Az időegységenkénti növekedés várható értéke:

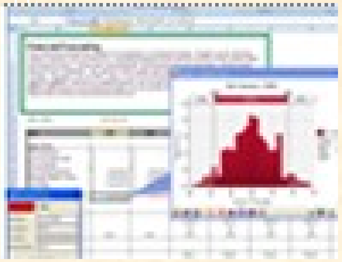
$$\Delta X = X * P_1 - \frac{X * P_1 * X}{N * M} - \frac{Y * P_2 * X}{N * M} > 0$$

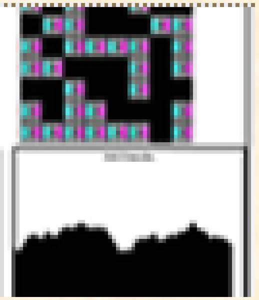
Az A kiszorítja B-t ($\Delta X>0$ és $\Delta Y<0$), ha $P_1>P_2$.



Elemi növekedési modellek: korlátozott



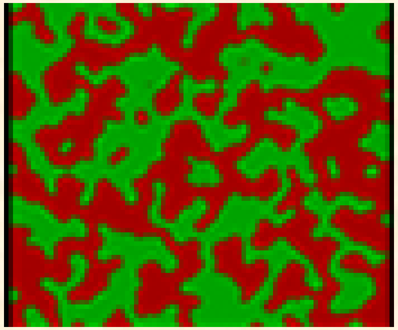


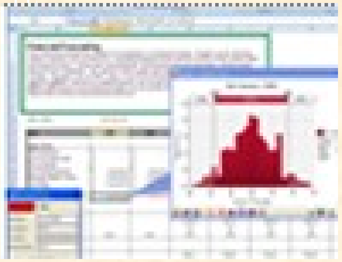


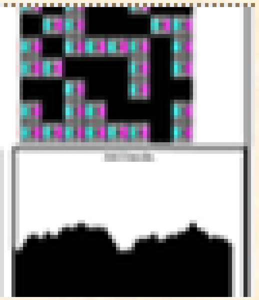
2/C: Hiperbolikus növekedés

```
Szimulációs lépés:
 Ciklus K=1-től N*M-ig
  (I,J):=véletlen hely
  (A,B):=véletlen hely
  Ha Tábla(I,J)="A" és Tábla(A,B)="A"
  akkor Növekedés(Poisson(P1*N*M),"A")
  különben Ha Tábla(I,J)="B" és
              Tábla(A,B)="B"
  akkor Növekedés(Poisson(P2*N*M),"B")
 Ciklus vége
Eljárás vége.
```

Elemi növekedési modellek: korlátozott





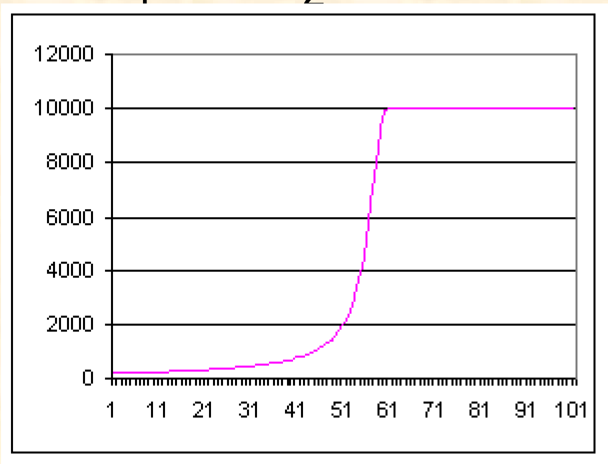


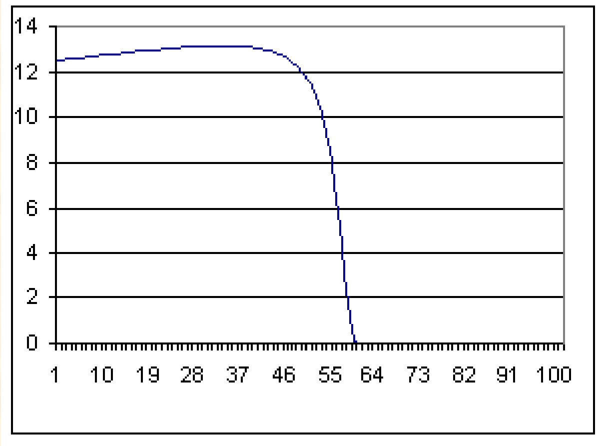
2/C: Hiperbolikus növekedés

Az időegységenkénti növekedés várható értéke:

$$\Delta X = X * X * P_1 - \frac{X * X * P_1 * X}{N * M} - \frac{Y * Y * P_2 * X}{N * M} > 0$$

Az A kiszorítja B-t ($\Delta X>0$ és $\Delta Y<0$), ha $X*P_1>Y*P_2$.





Vége